

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Солоненко Анна Александровна  
Должность: Директор  
Дата подписания: 29.11.2025 00:55:34  
Уникальный программный ключ:  
d9ba9a2cd160ab0421b5c0337f8b309a5f1



**Федеральное агентство по рыболовству**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Астраханский государственный технический университет»**  
**Дмитровский рыбохозяйственный технологический институт (филиал)**  
**федерального государственного бюджетного образовательного**  
**учреждения высшего образования**  
**«Астраханский государственный технический университет»**  
*Система менеджмента качества в области образования, воспитания, науки и инноваций сертифицирована*  
*ООО «ДКС РУС» по международному стандарту ISO 9001:2015*

**Факультет высшего образования**  
**Кафедра «Технология продуктов питания**  
**и холодильная техника»**

**Математика**

**Методические указания**

по выполнению самостоятельной работы  
для обучающихся по направлению подготовки

05.03.06 Экология и природопользование

16.03.03 Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения

19.03.03 Продукты питания животного происхождения

35.03.08 Водные биоресурсы и аквакультура

38.03.01 Экономика

38.03.07 Товароведение

Автор: Коваленко В.Н., доцент кафедры ТПП и ХТ ДРТИ ФГБОУ ВО "АГТУ".

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры ТПП и ХТ.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Рекомендации к выполнению заданий .....	4
2. Варианты заданий самостоятельной работы.....	5
3. Примерные вопросы итоговой аттестации.....	24

## 1. Рекомендации к выполнению заданий

Самостоятельная работа необходима для приобретения навыков решения студентами задач по высшей математике, а также для оценки преподавателем уровня самостоятельного освоения дисциплины студентами в соответствии с учебным планом и рабочей программой. Она содержит 11 индивидуальных заданий по математике.

Учебно-методическое и информационное обеспечение для изучения теоретического материала и выполнения самостоятельных работ приводится в рабочих программах соответствующих направлений обучения и в методических указаниях к практическим занятиям для студентов очного обучения.

Задания выполняются в рукописном виде в тетради или на листах формата А4, страницы должны быть пронумерованы.

Работа должна содержать титульный лист с названием института, факультета, вида работы (самостоятельная работа), дисциплины, ФИО студента, группы, номера зачётной книжки, даты сдачи работы на проверку.

Далее должны следовать полные (без сокращений) условия заданий для своего варианта и подробное их решение с пояснениями, указанием применяемых формул, правил и методов высшей математики, где необходимо с рисунками. Расчёты с применением элементарной математики можно не приводить, достаточно указать результат. Также необходимо привести список использованной литературы и других источников информации.

Самостоятельную работу рекомендуется сдавать на проверку не позднее начала сессии. Студенты, приехавшие на сессию должны вручить свою работу преподавателю. Студенты, обучающиеся дистанционно, должны выслать фотографии рукописных страниц в формате JPEG или файл PDF на электронную почту преподавателя.

Если все задания работы зачтены преподавателем, то он оценивает её по пятибалльной шкале. В этом случае студент может ознакомиться с рецензией в частном порядке. Если хотя бы одно задание самостоятельной работы не зачтено, то преподаватель отдаёт её студенту для исправления ошибок. Работу над ошибками студент прикладывает к основной работе и предьявляет (отправляет) преподавателю до зачёта (экзамена). Если самостоятельная работа не была сдана, или сдана, но не зачтена, или работа над ошибками не выполнена должным образом, то студент не допускается к зачёту (экзамену).

Для всех заданий номер варианта (условия задания) определяются по трём числам:

*$N$  – если две последние цифры номера зачётной книжки образуют число меньше 26, то  $N$  равно этому числу. В обратном случае,  $N$  равно остатку от деления нацело числа, образованного двумя последними цифрами номера зачётной книжки, на 25. Если этот остаток равен нулю, то  $N$  равно 25;*

(Например:

- если две последние цифры зачётной книжки 15, так как  $15 < 26$ , то  $N=15$ ;
- если две последние цифры зачётной книжки 75, так как 75 делится на 25 без остатка, то  $N=25$ ;
- если две последние цифры зачётной книжки 83, так как в результате деления нацело 87 на 25 получается 3 и в остатке 12, то  $N=12$ )

$M$  – год, когда сдаётся самостоятельная работа (последние две цифры);

(Например, для 2022 года  $M=22$ )

$K$  – направление обучения (1 – ЗВР и ЗВА, 2 – ЗЭЭ, 3 – ЗПМ и ЗПР, 4 – ЗЭП и ОЗЭП, 5 – ЗХТ и ОЗХТ, 6 – ЗТЭ и ОЗТЭ).

К решению заданий самостоятельной работы следует приступать после того, как изучен учебный материал в объеме программы.

## 2. Варианты заданий самостоятельной работы

### Задание 1. Прямая линия на плоскости

Даны координаты вершин треугольника  $A$ ,  $B$  и  $C$

Вершины	Координаты $(x;y)$
$A$	$(N-12; M-8)$
$B$	$(2K; 10-N)$
$C$	$(N-11; -N)$

Требуется построить треугольник в декартовой системе координат и найти:

- уравнение и длину стороны  $AB$ ;
- тангенс угла  $A$ ;
- уравнение и длину высоты  $AD$ ;
- уравнение и длину медианы  $BE$ ;
- площадь треугольника  $ABC$  по координатам его вершин.

В ответах для всех нецелых числовых значений следует использовать десятичную дробь с округлением до 2-го знака после запятой.

### Задание 2. Линии 2-го порядка на плоскости

Установить, какую линию определяет уравнение  $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ .

Коэффициенты уравнения даны в таблице. Номер варианта равен числу  $N$ .

Вариант	Коэффициенты уравнения				
	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$

1	2	5	-12	10	13
2	1	-1	-6	0	10
3	0	1	-24	4	76
4	16	25	-32	50	-359
5	4	-1	0	4	0
6	1	0	10	6	41
7	4	9	32	-54	109
8	4	-25	-24	50	-89
9	0	-5	1	10	-6
10	9	4	-36	24	-36
11	3	-4	18	0	15
12	1	0	8	1	15
13	1	2	-2	8	7
14	9	-16	-54	-64	-127
15	0	1	-4	-8	0
16	4	9	-40	36	100
17	9	-4	-36	0	-24
18	2	0	-8	1	5
19	4	3	-8	12	-32
20	9	-16	-6	8	-144
21	0	1	-2	4	-4
22	5	9	30	-18	9
23	1	-1	6	4	-4
24	1	0	-8	2	18
25	1	2	4	-4	0

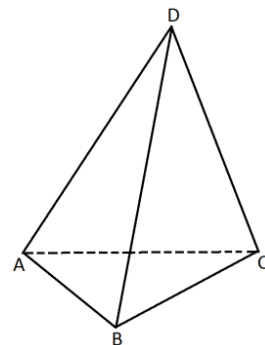
Найти основные параметры линии (координаты центра, вершин и фокусов, длину полуосей, значение эксцентриситета). Построить в декартовой системе координат (без перехода к новой системе координат) эскиз графика линии с осями, директрисами (и

асимптотами для гиперболы) с указанием координат всех характерных точек (центр, вершины и фокусы).

### Задание 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$

Вершины	Координаты (x;y;z)
$A$	$(-N; 17-M; -K)$
$B$	$(1+N; 10-K; 18-M)$
$C$	$(-K; M-18; -N)$
$D$	$(1; K; M-10)$



Требуется найти:

1. Длину ребра  $AB$ ;
2. Косинус угла между ребрами  $AB$  и  $AD$ ;
3. Площадь грани  $ABC$  (используя векторное произведение векторов);
4. Уравнение плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ ;
5. Уравнение и длину высоты, опущенной из вершины  $D$  на эту плоскость;
6. Объем пирамиды (используя смешанное произведение векторов).

В ответах для всех нецелых числовых значений следует использовать десятичную дробь с округлением до 2-го знака после запятой.

### Задание 4. Системы линейных алгебраических уравнений, определители и матрицы

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - Kx_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + (M - 15)x_3 = 5 \\ -3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = N - 10 \end{cases}$$

по формулам Крамера и с помощью обратной матрицы  $X = A^{-1} \times B$ ,

где  $A^{-1}$  – матрица, обратная матрице коэффициентов при неизвестных системы;

$X$  – вектор-столбец неизвестных;

$B$  – вектор-столбец свободных членов.

Если в результате вычислений получаются дробные значения, то следует использовать обыкновенные дроби.

**Задание 5. Предел функции и дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

Исследовать функцию и построить от руки в декартовой системе координат её график с асимптотами (если такие имеются). На рисунке указать точки пересечения графика с осями координат, точки разрыва, экстремумов и перегибов.

Исследовать функцию необходимо по следующей схеме:

1. Найти область определения функции;
2. Исследовать функцию на чётность-нечётность;
3. Определить точки пересечения графика функции с осями координат;
4. Определить интервалы знакопостоянства функции (для ответа на вопрос – при каких значениях аргумента график функции располагается в верхней полуплоскости системы координат, а при каких в нижней);
5. Исследовать функцию на непрерывность, т.е. определить точки разрыва, характер разрыва и поведение функции в окрестности точек разрыва;
6. Исследовать функцию на наличие асимптот;
7. Исследовать функцию на возрастание и убывание;
8. Исследовать функцию на наличие экстремумов;
9. Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и наличие точек перегиба;
10. Построить график функции по результатам исследования.

Номер варианта равен числу  $N$ .

Вариант	Функция
1	$y = \frac{x^2 + 2x - 7}{x^2 + 2x - 3}$
2	$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
3	$y = \frac{8(x - 1)}{(x + 1)^2}$
4	$y = \frac{4(x + 1)^2}{x^2 + 2x + 4}$
5	$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$
6	$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$
7	$y = \frac{(x - 1)^2}{x^2}$
8	$y = \frac{9 + 6x - 3x^2}{x^2 - 2x + 13}$
9	$y = \frac{x}{x^2 - 4}$
10	$y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x - 1)^2}$

11	$y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$
12	$y = \frac{12-3x^2}{x^2+12}$
13	$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$
14	$y = \frac{10(x-1)}{x^2-x+1}$
15	$y = \frac{4(4-x^2)}{3+x^2}$
16	$y = \frac{4x}{4-x^2}$
17	$y = \left(\frac{x+0.5}{x-0.5}\right)^2$
18	$y = \frac{x^2-x+2}{1-x}$
19	$y = \frac{3x^2-2}{4-x^2}$
20	$y = -\frac{8x}{x^2+1}$
21	$y = \frac{1+2x-3x^2}{4-x^2}$
22	$y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$
23	$y = \frac{x^2}{1-x^2}$
24	$y = x - \frac{4}{x^2}$
25	$y = \frac{x-2}{x^2-3x+2}$

**Задание 6. Определённый интеграл.**

В заданиях «а» и «б» вычислить определённые интегралы.

В задании «в» исследовать сходимость несобственного интеграла.

В задании «г» вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Нарисовать от руки в декартовой системе координат линии, указать все точки, необходимые для вычислений, и заштриховать площадь, которую требуется найти.

В ответах для всех нецелых числовых значений следует использовать десятичную дробь с округлением до 2-го знака после запятой. Номер варианта равен числу N.

$N$	$a$	$b$	$c$	$z$
1	$\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$	$\int_2^3 y \ln(y-1) dy.$	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}$	$y = x^2,$ $y = 2 - x$
2	$\int_0^1 \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}}$	$\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx.$	$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}}$	$y = \sqrt{x},$ $y = x^3$
3	$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2+1}$	$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$	$\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}$	$y = \frac{1}{1+x^2},$ $y = \frac{x^2}{2}$
4	$\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$	$\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$	$\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$	$y^2 = x+1,$ $y^2 = 9-x$
5	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\cos x} dx$	$\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx.$	$\int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$	$y^2 = x^3,$ $y = 4,$ $x = 0$
6	$\int_{3/4}^{4/3} \frac{dx}{x^2+1}$	$\int_1^2 (y-1) \ln y dy.$	$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}$	$y^2 = 9x,$ $y = 9x$
7	$\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$	$\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx.$	$\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}$	$y^2 = 4x,$ $x^2 = 4y$
8	$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4+4}}$	$\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx.$	$\int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$	$y^2 = x^3,$ $x = 2$
9	$\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$	$\int_{-1/3}^{-2/3} \frac{x}{e^{3x}} dx.$	$\int_4^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4x+1}}$	$y = x^2,$ $y = 2 - x^2$
10	$\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz$	$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx.$	$\int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}$	$y^2 = 4 - x^3,$ $x = 0$
11	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1-\cos^2 x}.$	$\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx$	$\int_{-1}^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4x+5}$	$y = x^3,$ $y = 1,$ $x = 0$
12	$\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$	$\int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$	$\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}$	$xy = 6,$ $x+y-7=0$
13	$\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx.$	$\int_0^{\pi} (x+2) \cos \frac{x}{2} dx.$	$\int_0^{\infty} x \sin x dx$	$y = 2^x,$ $y = 2x - x^2,$ $x = 0, x = 2$

14	$\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx.$	$\int_0^{\pi/8} x^2 \sin 4x dx.$	$\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2-1)^3 \ln 2}}$	$x^2 = 4y,$ $y = \frac{8}{x^2 + 4}$
15	$\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx.$	$\int_1^2 y^2 \ln y dy$	$\int_0^{\infty} x \sin x dx$	$y = x + 1,$ $y = \cos x,$ $y = 0$
16	$\int_0^{1/2} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} dx$	$\int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9x} dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$	$y = x^2 - 2x,$ $x = -1,$ $x = 1, y = 0$
17	$\int_0^1 3(x^2 + x^2 e^{x^3}) dx.$	$\int_{3/2}^2 \operatorname{arctg}(2x-3) dx.$	$\int_0^{\infty} e^{-3x} x dx$	$y = 3x - x^2,$ $y = -x$
18	$\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$	$\int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx.$	$\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}$	$y^2 = 9x,$ $y = 3x$
19	$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{1+x^6}.$	$\int_1^e x \ln^2 x dx$	$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$	$y = x^2 + 4x,$ $y = x + 4$
20	$\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx.$	$\int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3} dx.$	$\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$	$y^2 = x + 5,$ $y^2 = -x + 4$
21	$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}}$	$\int_0^{\pi/9} \frac{xdx}{\cos^2 3x}.$	$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx$	$y = (x-4)^2,$ $y = 16 - x^2$
22	$\int_3^8 \sqrt{x+1} dx.$	$\int_{1/2}^1 \arcsin(1-x) dx.$	$\int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$	$4y = 8x - x^2$ $4y = x + 6$
23	$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin \alpha \cos^3 \alpha d\alpha$	$\int_1^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx.$	$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx.$	$y = 2x,$ $y = x^3$
24	$\int_{\pi/18}^{\pi/6} 12 \operatorname{ctg} 3x dx.$	$\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$	$\int_0^{1/e} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$	$x = y^2,$ $x = \frac{3}{4}y^2 + 1$
25	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$	$\int_0^1 \frac{\arcsin(x/2)}{\sqrt{2-x}} dx$	$\int_0^{\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx$	$y^3 = x,$ $y = 1,$ $x = 8$

### Задание 7. Кратные интегралы.

Номер варианта равен числу  $N$ .

В задании «а» построить область интегрирования  $D$ , ограниченную указанными линиями и вычислить двойной интеграл.

В задании «б» построить область интегрирования и вычислить с помощью двойного интеграла объём тела, ограниченного заданными поверхностями и неравенствами.

В задании «в» (только для направления 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения») вычислить тройной интеграл по области  $V$ .

#### Вариант 1

а)  $\iint_D (x^2 + y) dx dy, D: y = x^2, x = y^2$

б)  $z = x^2 + y^2, x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz, V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$

#### Вариант 2

а)  $\iint_D xy^2 dx dy, D: y = x^2, y = 2x$

б)  $z = 2 - (x^2 + y^2), x + 2y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V x^2 y z dx dy dz, V: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 2 \leq z \leq 3$

#### Вариант 3

а)  $\iint_D (x + y) dx dy, D: y^2 = x, y = x$

б)  $z = x^2, x - 2y + 2 = 0, x + y - 7 = 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x + y + 4z^2) dx dy dz, V: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$

Вариант 4

a)  $\iint_D x^2 y dx dy$ ,  $D: y = 2 - x, y = x, x \geq 0$

б)  $z = 2x^2 + 3y^2, y = x^2, y = x, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ ;  $V: 0 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2$

Вариант 5

a)  $\iint_D (x^3 - 2y) dx dy$ ,  $D: y = x^2 - 1, x \geq 0, y \leq 0$

б)  $z = 2x^2 + y^2, y \leq x, y = 3x, x = 2, z \geq 0$

в)  $\iiint_V x^2 y^2 z dx dy dz$ ,  $V: -1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 5$

Вариант 6

a)  $\iint_D (y - x) dx dy$ ,  $D: y = x, y = x^2$

б)  $z = x, y = 4, x = \sqrt{25 - y^2}, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$ ,  $V: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2$

Вариант 7

a)  $\iint_D (1 + y) dx dy$ ,  $D: y^2 = x, 5y = x$

б)  $y = \sqrt{x}, y = x, x + y + z = 2, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (2x - y^2 - z) dx dy dz$ ,  $v: 1 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0$

Вариант 8

a)  $\iint_D (x + y) dx dy$ ,  $D: y = x^2 - 1, y = -x^2 + 1$

б)  $y = 1 - x^2, x + y + z = 3, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V 2xy^2z dx dy dz$ ,  $V: 0 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2$

Вариант 9

a)  $\iint_D x(y - 1) dx dy$ ;  $D: y = 5x, y = x, x = 3$

б)  $z = 2x^2 + y^2, x + y = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V 5xyz^2 dx dy dz$ ,  $V: -1 \leq x \leq 0, 2 \leq y \leq 3, 1 \leq z \leq 2$ .

Вариант 10

a)  $\iint_D (x - 2)y dx dy$ ;  $D: y = x, y = \frac{1}{2}x, x = 2$

б)  $z = 4 - x^2, x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x^2 + 2y^2 - z) dx dy dz$ ,  $V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 2$

Вариант 11

a)  $\iint_D (x - y^2) dx dy$ ,  $D: y = x^2, y = 1$

б)  $2x + 3y - 12 = 0, 2z = y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x + 2yz) dx dy dz$ ,  $V: -2 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$ .

Вариант 12

a)  $\iint_D x^2 y dx dy$ ,  $D: y = 2x^3, y = 0, x = 1$

б)  $z = 10 + x^2 + 2y^2, y = x, x = 1, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x + yz^2) dx dy dz$ ,  $V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 3$

Вариант 13

a)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ ,  $D: x = y^2, x = 1$

б)  $z = x^2, x + y = 6, y = 2x, x \geq 0, y \geq 0$

в)  $\iiint_V (xy + 3z) dx dy dz$ ,  $V: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2$

Вариант 14

a)  $\iint_D xy dx dy$ ,  $D: y = x^3, y = 0, x \leq 2$

б)  $z = 3x^2 + 2y^2 + 1, y = x^2 - 1, y = 1, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (xy - z^2) dx dy dz$ ,  $v: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 3$

Вариант 15

a)  $\iint_D (x + y) dx dy$ ,  $D: y = x^3, y = 8, y = 0, x = 3$

б)  $3y = \sqrt{x}, y \leq x, x + y + z = 10, y = 1, z = 0$

в)  $\iiint_V (x^3 + yz) dx dy dz$ ,  $v: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$

Вариант 16

a)  $\iint_D x(2x + y) dx dy, D: y = 1 - x^2, y \geq 0$

б)  $y^2 = 1 - x, x + y + z = 1, x = 0, z = 0$

в)  $\iiint_V (x^3 + y^2 - z) dx dy dz, v: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 1$

Вариант 17

a)  $\iint_D y(1 - x) dx dy, D: y^3 = x, y = x$

б)  $y = x^2, x = y^2, z = 3x + 2y + 6, z = 0$

в)  $\iiint_V (2x^2 + y - z^3) dx dy dz, v: 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$

Вариант 18

a)  $\iint_D xy^3 dx dy, D: y^2 = 1 - x, x \geq 0$

б)  $x^2 = 1 - y, x + y + z = 3, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V x^2 y z^2 dx dy dz, v: 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0$

Вариант 19

a)  $\iint_D x(y + 5) dx dy, D: y = x + 5, x + y + 5 = 0, x \leq 0$

б)  $x = y^2, x = 1, x + y + z = 4, z = 0$

в)  $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz, v: 0 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 5$

Вариант 20

a)  $\iint_D (x - y) dx dy, D: y = x^2 - 1, y = 3$

б)  $z = 2x^2 + y^2, x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (x + 2y + 3z^2) dx dy dz, v: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2$

Вариант 21

a)  $\iint_D (x + 1)y^2 dx dy, D: y = 3x^2, y = 3$

б)  $y = x^2, y = 4, z = 2x + 5y + 10, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (3x^2 + 2y + z) dx dy dz, v: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 3$

Вариант 22

a)  $\iint_D xy^2 dx dy, D: y = x, y = 0, x = 1$

б)  $y = 2x, x + y + z = 2, x \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V (xy - z^3) dx dy dz, v: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3$

Вариант 23

a)  $\iint_D (x^3 + y) dx dy, D: x + y = 1, x + y = 2, x \leq 1, x \geq 0$

б)  $y = 1 - z^2, y = x, y = -x, y \geq 0, z \geq 0$

в)  $\iiint_V x^3 y z dx dy dz, v: -1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1$

Вариант 24

а)  $\iint_D xy^3 dx dy$ ,  $D: y = x^3, y \geq 0, y = 1x$

б)  $x^2 + y^2 = 4y, z^2 = 4 - y, z \geq 0$

в)  $\iiint_V xy^2 z dx dy dz$ ,  $v: -2 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4$

Вариант 25

а)  $\iint_D (x^3 + 3y) dx dy$ ,  $D: x + y = 1, y = x^2 - 1, x \geq 0$

б)  $x^2 + y^2 = 1, z = 2 - x^2 - y^2, z \geq 0$

в)  $\iiint_V xyz^2 dx dy dz$ ,  $v: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 4$

**Задание 8. Дифференциальные уравнения.**

Номер варианта равен числу  $N$ .

В задании «а» найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

В задании «б» найти общее решение дифференциального уравнения.

Вариант	а	б
1	$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, y(0) = 0$	$y'' + y' = 2x - 1$
2	$y' + y \operatorname{tg} x = \operatorname{sech} x, y(0) = 0$	$y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$
3	$(1 - x)(y' + y) = e^{-x}, y(0) = 0$	$y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x$
4	$xy' - 2y = 2x^4, y(1) = 0$	$y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}$
5	$y' = 2x(x^2 + y), y(0) = 0$	$y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}$
6	$y' - y = e^x, y(0) = 1$	$y'' - 6y' + 10y = 51e^{-x}$
7	$xy' + y + xe^{-x^2} = 0, y(1) = \frac{1}{2e}$	$y'' + y = 2 \cos x - (4x + 4) \sin x$
8	$y' - y \operatorname{tg} x = 2 \sin x, y(0) = \frac{\pi}{4}$	$y'' + 6y' + 10y = 74e^{3x}$

9	$x^2y' + xy + 1 = 0, y(1) = 0$	$y'' - 3y' + 2y = 3 \cos x + 19 \sin x$
10	$xy' + y = 4x^3 + 3x^2, y(2) = 1$	$y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^x$
11	$xy' = 2y + x - 4 \ln x, y(0) = 1$	$y'' + 5y' = 72e^{2x}$
12	$y' + \frac{y}{x} = 1 + 2 \ln x, y(1) = 2$	$y'' - 5y' - 6y = 3 \cos x + 19 \sin x$
13	$y' = 2y - x + e^x, y(0) = -1$	$y'' - 8y' + 12y = 16x - 2$
14	$x(y' - y) = e^x, y(1) = 0$	$y'' + 8y' + 25y = 18e^{5x}$
15	$y = x(y' - x \cos x), y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$	$y'' - 9y' + 20y = 126e^{-2x}$
16	$(xy' - 1) \ln x = 2y, y(e) = 0$	$y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^3$
17	$y' + y = \frac{e^{-x}}{1-x}, y(0) = \ln 5$	$y'' + y = -4 \cos x - 2 \sin x$
18	$y' + \frac{x+1}{x}y = 3xe^{-x}, y(1) = 0$	$y'' + 2y' - 24y = 6 \cos 3x - 33 \sin 3x$
19	$(y + x^2)dx = xdy, y(0) = 1$	$y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$
20	$x dy = (e^{-x} - y)dx, y(1) = 1$	$y'' + 5y' = 39 \cos 3x - 105 \sin 3x$
21	$y' + \frac{y}{x+1} = x^2, y(0) = 0$	$y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x$
22	$xy' - 2y + x^2 = 0, y(1) = 0$	$y'' - 4y' + 5y = (4 \sin x + \cos x)e^{-2x}$
23	$xy' + y = \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$	$y'' + 16y = 8 \cos 4x$
24	$y' - \frac{xy}{x^2 - 1} = x, y(\sqrt{2}) = 1$	$y'' + 9y = 9x^4 + 12x^2 - 27$
25	$(1 - x^2)y' + xy = 1, y(0) = 1$	$y'' - 12y' + 40y = 2e^{6x}$

### Задание 9. Степенные ряды.

Номер варианта равен числу  $N$ .

В задании «а» найти интервал сходимости ряда.

В задании «б» вычислить приближённо разложением в ряд с указанной точностью.

Вариант	$a$	$b$
1	$U_n = \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$	$e, 10^{-4}$
2	$U_n = \frac{(x - 2)^n}{2^n}$	$\sqrt[5]{250}, 10^{-2}$
3	$U_n = \frac{x^{3n}}{8^n}$	$\sin 1, 10^{-5}$
4	$U_n = \frac{(x - 1)^n}{n^2}$	$\sqrt{1.3}, 10^{-3}$
5	$U_n = \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$	$\operatorname{arctg} \frac{\pi}{10}, 10^{-3}$
6	$U_n = \frac{(x + 8)^n}{n^2}$	$\ln 3, 10^{-4}$
7	$U_n = \frac{x^n}{n}$	$\sin \frac{1}{2}, 10^{-3}$
8	$U_n = \frac{(x - 1)^n}{2^n(n + 3)}$	$\lg e, 10^{-4}$
9	$U_n = \frac{2^n x^n}{2n - 1}$	$\sqrt[5]{34}, 10^{-3}$
10	$U_n = \frac{(x - 1)^n}{2^n \ln(n + 1)}$	$e^2, 10^{-3}$
11	$U_n = \frac{x^n}{n(n + 1)}$	$\cos 2^\circ, 10^{-3}$
12	$U_n = \frac{(x - 2)^n}{n^2}$	$\sqrt[3]{80}, 10^{-3}$
13	$U_n = \frac{x^{3n}}{8^n(n^2 + 1)}$	$\ln 5, 10^{-3}$
14	$U_n = \frac{(x - 2)^n}{(2n - 1)2^n}$	$\operatorname{arctg} 0.5, 10^{-3}$
15	$U_n = n(n + 1)x^n$	$\sqrt[6]{738}, 10^{-3}$
16	$U_n = \frac{(x + 3)^n}{n^2}$	$\sqrt[3]{e}, 10^{-5}$
17	$U_n = \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$	$\sin 1^\circ, 10^{-4}$

18	$U_n = \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$	$\sqrt[3]{8.36}, 10^{-3}$
19	$U_n = \frac{x^n}{n^2}$	$\ln 10, 10^{-4}$
20	$U_n = \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$	$\arcsin \frac{1}{3}, 10^{-3}$
21	$U_n = \frac{(0.1)^n x^{2n}}{n}$	$\lg 7, 10^{-3}$
22	$U_n = \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \cdot \ln(n+1)}$	$\sqrt{e}, 10^{-4}$
23	$U_n = \frac{x^n}{5^n}$	$\cos 10^\circ, 10^{-4}$
24	$U_n = (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{30}}, 10^{-3}$
25	$U_n = \frac{x^n}{\sqrt{n}}$	$\sqrt[10]{1080}, 10^{-3}$

### ***Задание 10. Теория вероятностей.***

Это задание должны выполнить студенты всех направлений, кроме обучающихся по направлению 38.03.01 «Экономика».

Предприятие купило четыре холодильника. Вероятность поломки каждого из них в течение планового периода  $p = \frac{N+M+K-10}{100}$ . Найти закон распределения случайной величины – число сломавшихся холодильников в течение планового периода и построить многоугольник распределения. Вычислить с точностью  $10^{-3}$  математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение этой случайной величины.

### ***Задание 11. Статистический анализ.***

Это задание должны выполнить студенты всех направлений, кроме обучающихся по направлениям 35.03.08 «Водные биоресурсы и аквакультура» и 38.03.01 «Экономика».

Номер варианта равен числу  $N$ .

Из большой партии рыб случайным образом отобраны, взвешены и обмеряны десять рыб.

Вариант	Показатель	№ рыбы									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Вес, г	700	640	780	550	740	680	680	530	600	600
	Длина, см	38	38	39	35,5	38,5	39	37,5	35,3	36,5	36
2	Вес, г	740	800	900	630	620	760	640	780	550	700
	Длина, см	40	38,5	42,3	37,3	36	40	38	39	35,5	38,5
3	Вес, г	790	670	740	810	700	840	800	900	630	620
	Длина, см	40	38	38,7	39,5	38,3	41	38,5	42,3	37,3	36
4	Вес, г	1400	1560	1360	1190	1420	1210	1520	1320	1370	1550
	Длина, см	47	48,9	46	45,5	47,2	43,3	47,5	48,4	45,1	38,5
5	Вес, г	1320	1420	1300	1130	1250	1650	1560	1100	1090	950
	Длина, см	46,2	47,1	44,8	44,5	45	50,5	47,5	44	42,1	41
6	Вес, г	1400	1430	1300	1550	1350	1530	1520	1050	1350	1420
	Длина, см	42,5	48,2	45,5	49,5	48,2	48	49	45	45,5	48,2
7	Вес, г	1270	1320	1330	1200	1320	1350	1630	1230	1200	1170
	Длина, см	46	48,5	47	45,5	45,7	47,5	49,5	45	45,5	45,5
8	Вес, г	680	580	550	730	880	560	860	760	810	530
	Длина, см	40	37,2	36,5	39,5	40,5	38,5	41	41	39,3	37
9	Вес, г	630	700	610	610	570	650	600	580	710	690
	Длина, см	37,7	41,2	37,3	37,8	38,5	39,7	38	37	39	40,5
10	Вес, г	510	620	590	550	480	400	530	450	480	430
	Длина, см	37,3	39,8	41,1	36,5	36	34	32,5	37,2	37,2	34,5
11	Вес, г	750	700	760	700	680	620	910	770	780	870
	Длина, см	39,6	37,2	38,6	38,5	40,5	41,5	39	41	38	43
12	Вес, г	720	580	750	680	880	580	520	580	580	750
	Длина, см	38,5	38,7	39,5	43,5	38,7	41,5	39,7	43,2	39,7	37
13	Вес, г	640	780	550	740	680	680	530	600	600	590
	Длина, см	38	39	35,5	38,5	39	37,5	35,3	36,5	36	35
14	Вес, г	740	800	900	630	620	760	640	780	550	740
	Длина, см	40	38,5	42,3	37,3	36	40	38	39	35,5	38,5
15	Вес, г	690	670	740	810	700	840	800	900	630	620
	Длина, см	37	38	38,7	39,5	38,3	41	38,5	42,3	37,3	36
16	Вес, г	680	680	530	600	600	590	570	740	810	700

	Длина, см	39	37,5	35,3	36,5	36	35	38	38,7	39,5	38,3
17	Вес, г	660	640	780	550	740	680	680	530	600	600
	Длина, см	37	38	39	35,5	38,5	39	37,5	35,3	36,5	36
18	Вес, г	940	800	900	630	620	1130	1600	1260	1770	1260
	Длина, см	42	38,5	42,3	37,3	36	44,5	47,3	47	47	44,3
19	Вес, г	1310	1520	1320	1370	1550	1390	1450	1270	1130	1440
	Длина, см	45,3	47,5	48,4	45,1	38,5	45,7	45,9	44,5	45	46,2
20	Вес, г	1350	1560	1100	1090	950	930	940	1250	1650	1560
	Длина, см	45	47,5	44	42,1	41	40,5	43,5	45,3	50,5	47,5
21	Вес, г	1330	1520	1050	1350	1400	1300	1130	1350	1370	1550
	Длина, см	46	49	45	45,5	48,2	41,5	45	46,9	47	48
22	Вес, г	1250	1630	1230	1200	1170	1250	1200	1430	750	680
	Длина, см	46,5	49,5	45	45,5	45,5	46,2	46	46	41	37,5
23	Вес, г	760	860	760	810	530	710	630	840	840	680
	Длина, см	39,5	41	41	39,3	37	39	39	41	42,4	32,2
24	Вес, г	650	600	580	710	690	820	620	600	680	790
	Длина, см	39,7	38	37	39	40,5	39	40,5	37,8	36,8	39,7
25	Вес, г	500	530	450	480	430	480	470	580	560	610
	Длина, см	34	32,5	37,2	37,2	34,5	35,5	34	35	35,3	37

В предположении, что вес рыб подчиняется нормальному закону, требуется:

- а) найти доверительный интервал для среднего веса рыб всей партии и оценить надёжность полученной оценки;
- б) проверить гипотезу о равенстве среднего веса рыб всей партии весу первой из отобранных рыб;
- в) найти уравнение линейной регрессии между длиной и весом рыб, построить диаграмму рассеяния и оценить статистическую значимость уравнения регрессии по критерию Фишера.

Принять уровень значимости равным 5%.

## Примерные вопросы итоговой аттестации

1. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Правила интегрирования и табличные интегралы.
3. Замена переменной и подведение подынтегральной функции под знак дифференциала в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям неопределенного интеграла. Рекомендации для выбора порядка интегрирования по частям. Возвратные интегралы.
5. Физический смысл определенного интеграла.
6. Геометрический смысл определенного интеграла.
7. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной, подведение подынтегральной функции под знак дифференциала и интегрирование по частям в определенном интеграле.
9. Геометрические приложения определенного интеграла.
10. Несобственные интегралы с неограниченными пределами интегрирования. Правила их вычисления.
11. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Правила их вычисления.
12. Частные производные функции двух переменных и полный дифференциал.
13. Исследование функции двух переменных на экстремум.
14. Понятие двойного интеграла. Его геометрический смысл.
15. Свойства двойного интеграла.
16. Правила приведения двойного интеграла к повторному.
17. Геометрические приложения двойного интеграла.
18. Понятие дифференциального уравнения. Классификация дифференциальных уравнений.
19. Общее, частное и особое решения дифференциального уравнения и их геометрическая интерпретация.
20. Задача нахождения дифференциального уравнения по семейству интегральных кривых.
21. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
22. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа.
23. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли.
24. Однородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
25. Основные понятия теории числовых рядов.
26. Свойства положительных числовых рядов. Необходимый признак сходимости.
27. Сходимость положительных числовых рядов: признаки сравнения.
28. Сходимость положительных числовых рядов: радикальный признак Коши, признак Д'Аламбера, интегральный признак Коши.
29. Сходимость знакопеременных и знакочередующихся числовых рядов. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
30. Функциональные ряды. Основные понятия.
31. Степенные ряды. Теорема Абеля.
32. Определение радиуса и области сходимости степенных рядов.
33. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена.
34. Случайное событие и основные понятия, связанные с ним.

35. Определения вероятности: аксиоматическое, классическое, статистическое, геометрическое.
36. Свойства вероятности.
37. Теоремы сложения и умножения вероятностей для совместных и несовместных событий.
38. Формулы полной вероятности и Байеса.
39. Формулы для определения количества перестановок, размещений и сочетаний элементов.
40. Повторные испытания. Формула Бернулли.
41. Приближенные формулы в схеме испытаний Бернулли: локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа, формула Пуассона.
42. Дискретная случайная величина и закон её распределения. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
43. Непрерывная случайная величина, дифференциальная и интегральная функции распределения.
44. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
45. Вариационные ряды и их числовые характеристики. Полигон и гистограмма.
46. Выборочный метод и выборочные числовые характеристики.
47. Интервальная оценка выборочных характеристик.
48. Проверка статистических гипотез.
49. Корреляционный анализ.
50. Регрессионный анализ.